平成31年度 A日程 算数解説

$\boxed{1}$

毎年出題される計算問題。この後に出てくる問題よりは基本的に簡単になっているため、ぜひ満点を取りたい。ただし、後半になると複雑な問題が増えてくるので、<u>日頃から書き方を意識した練習をして、素早く、正確に解ける</u>ようにしておこう。

(1) 999という数字があるので、2020から1ふりわけてキリをよくしてから計算すると、少し楽になる。

$2020 + 999 - 1055$
$= (2019 + 1) + 999 - 1055$
$= 2019 + 1000 - 1055$
$= 3019 - 1055$
$= 1964$

(2) かけ算とわり算を優先して計算する。

$105 - 21 \div 7 + 17 \times 4$
$= 105 - 3 + 68$
$= 173 - 3$
$= 170$

(3) 普通に計算してもよいが、ここでは小数点をわけて後でまとめて計算する。こうすることでひっ算利用時の小数点の数え間違いなどを減らすことができる。

0.38×0.7
$= (38 \times 0.01) \times (7 \times 0.1)$
$= (38 \times 7) \times (0.01 \times 0.1)$
$= 266 \times 0.001$
$= 0.266$

(4)

帯分数は仮分数になおしてから計算する。

$$3\frac{5}{13} = \frac{44}{13}$$

これを元の数字といれかえて計算すると、

$$2 - \frac{30}{7} \div \frac{44}{13} \times \frac{14}{15}$$

$$= 2 - \frac{30}{7} \times \frac{13}{44} \times \frac{14}{15}$$

$$= 2 - \frac{\cancel{30}\cancel{2}1}{\cancel{7}1} \times \frac{13}{\cancel{44}\cancel{22}11} \times \frac{\cancel{14}\cancel{2}1}{\cancel{15}1}$$

$$= 2 - \frac{13}{11}$$

$$= \frac{22 - 13}{11}$$

$$= \frac{9}{11}$$

(5)

帯分数と小数をそれぞれ仮分数になおしてから計算する。

$$2\frac{1}{10} = \frac{21}{10}$$

$$1.4 = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$$

$$1.8 = \frac{18}{10} = \frac{9}{5}$$

これを元の数字といれかえて計算すると、

$$\frac{21}{10} \div \frac{7}{5} + \frac{3}{8} - \left(2 - \frac{9}{5}\right)$$

$$= \frac{21}{10} \times \frac{5}{7} + \frac{3}{8} - \frac{10 - 9}{5}$$

$$= \frac{\cancel{21}3}{\cancel{10}2} \times \frac{\cancel{5}1}{\cancel{7}1} + \frac{3}{8} - \frac{1}{5}$$

$$= \frac{3}{2} + \frac{3}{8} - \frac{1}{5}$$

$$= \frac{60 + 15 - 8}{40}$$

$$= \frac{67}{40}$$

$\boxed{2}$

受験でよく出題される応用問題の小問集合になっている。それぞれの問題は標準的な難易度におさまっていることが多いが、何しろ出題範囲がとても広い。「知っていれば解ける」というものが多いので、もし見覚えがない、あるいは慣れていない問題があったら、積極的に練習を重ねていこう。

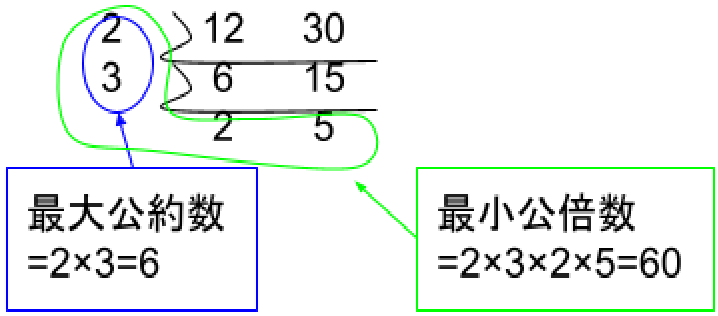
(1)

まずは最小公倍数をもとめて、それから公倍数を考えていく。ここではすだれ算を使って12と9の最小公倍数をもとめる。

すだれ算

最大公約数や最小公倍数をもとめる時に便利な計算方法。共通して割れる1以外の数字を探していき、なくなったら計算を終える。終わったあとに、以下のように囲まれた数字をかけ算すると、それぞれの数がもとめられる。

例:12と30



まず、12と9は3でわれるので、すだれ算は以下のようになる。

3) 12 9

4 3

4,3の両方を割れる数は1以外ないので、ここですだれ算は終了だ。
最小公倍数は、以下の赤い丸で囲まれた数の掛け算で出てくる。

3) 12 9

4 3

つまり、$3 \times 4 \times 3 = 36$

ここで36の倍数を考えると、
$36 \times 1, 36 \times 2, 36 \times 3$
$= 36, 72, 108$
より、答えは108となる。

(2)

約分すると$\frac{3}{4}$になるということは、この分数は$\frac{3 \times \circ}{4 \times \circ}$とあらわせる。
分母と分子の和が63なので、

$(3 \times \circ) + (4 \times \circ) = 63$

$7 \times \circ = 63$

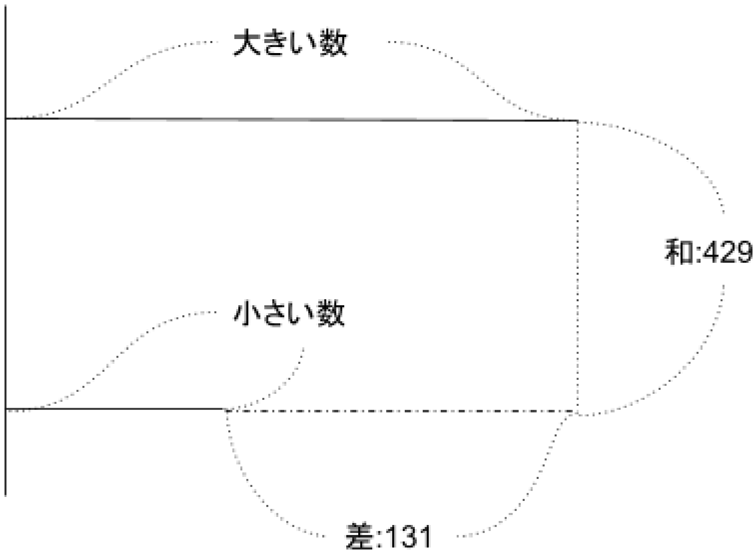
$\circ = 63 \div 7 = 9$

よって答えは$\frac{3 \times 9}{4 \times 9} = \frac{27}{36}$

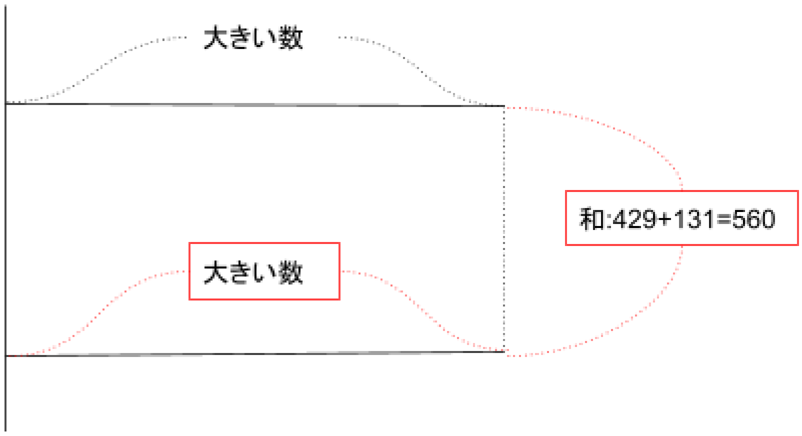
(3)

和差算の問題である。ここでは線分図を使って解いていく。

2つの整数の和が429、差が131なので、これを図にあらわすと以下のようになる。



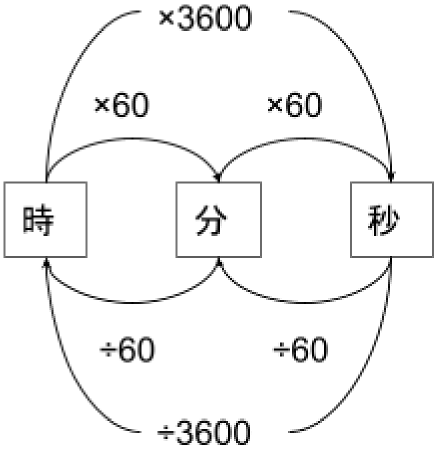
ここで小さい数に差の131を足すと、大きい数と同じ大きさになり、和が$429 + 131 = 560$となる。



大きい数が2つ分で560なので、1つ分だと$560 \div 2 = 280$となる。答えは280。

(4)

時間の単位を変える時は以下のように計算する。



まずは時間を分になおすと、

$$\frac{13}{24} \times 60 = \frac{65}{2} = 32\frac{1}{2}$$

$\frac{1}{2}$分は1分より小さいので、ここだけ秒になおすと、

$\frac{1}{2} \times 60 = 30$秒となる。

よって答えは32分30秒である。

(5)

今回の問題に限らず、平均とその合計には、以下のような関係がある。

$$平均 = \frac{全体の和}{全体の個数}$$

全体の和 = 平均 × 全体の個数

例: A = 3点, B = 9点, C = 6点

$$平均 = \frac{3 + 7 + 6}{3} = 5点$$

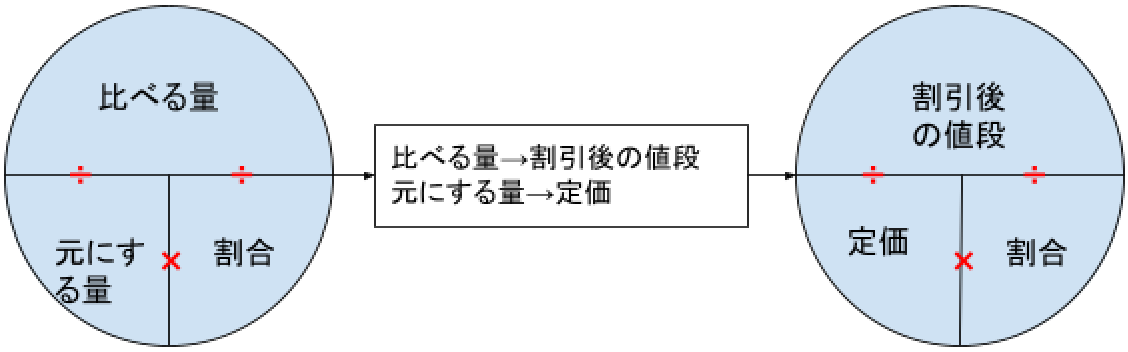
全体の和 = 5 × 3 = 15点

これを使うと、5回目までの国語の点数の合計は、$78 \times 5 = 390$点。6回目までの国語の点数の合計は、$80 \times 6 = 480$点となる。

よって6回目のテストでは$480 - 390 = 90$点をとればよい。

(6)

金額やその値引きをあつかった問題で、割合に分類される。ここでは以下のような関係が成り立つ。



(比べる量) = (元にする量) × (割合)　　(割引後の値段) = (定価) × (割合)

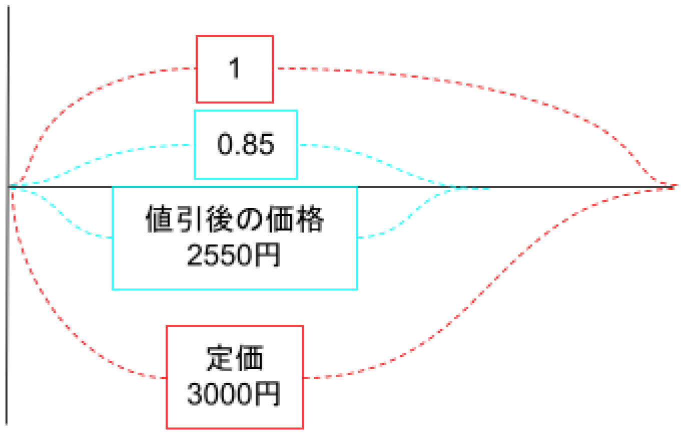
(元にする量) = (比べる量) ÷ (割合)　　(定価) = (割引後の値段) ÷ (割合)

(割合) = (比べる量) ÷ (元にする量)　　(割合) = (割引後の値段) ÷ (定価)

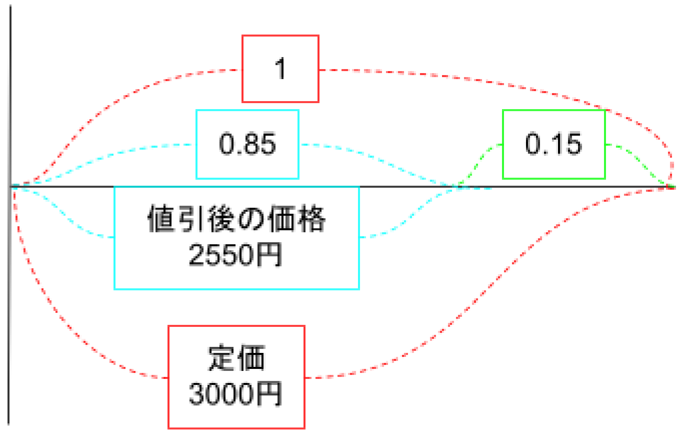
定価が3000円、値引き後の価格が2550円なので、定価を元にする量、つまり1としたときの値引き後の価格の割合を求めると、

$2550 \div 3000 = 0.85$

より、0.85となる。



また、これにより値引きされた割合は、
$1 - 0.85 = 0.15$
より、0.15となる。



最後に、この0.15をパーセント表示になおすと、
$0.15 \times 100 = 15\%$となり、これが答えとなる。

なお、別解として、「初めから値引き額に注目して答えを出す」というのもある。

まず、定価から値引き後の値段を引く。
すると、$3000 - 2550 = 450$円となり、これが値引き額であることがわかる。

この450円が値引き額なので、定価を元の量として割合を計算すると、
$450 \div 3000 = 0.15$となる。

最後にパーセントに直した$0.15 \times 100 = 15\%$が答えとなる。

というふうに、どちらにしても同じ答えが出る。やっていることはほぼ同じなので、自分でわかりやすい方を選んで解けるようにしておこう。

(7)

道のりが与えられていないので、それを何かしらの数でおいてから解くのがポイントとなる。考え方としては仕事算にかなり似ていると言えるだろう。ここでは割合の元となる量、つまり1としてみる。具体的な距離ではなく、あくまで割合であることに注意しよう。

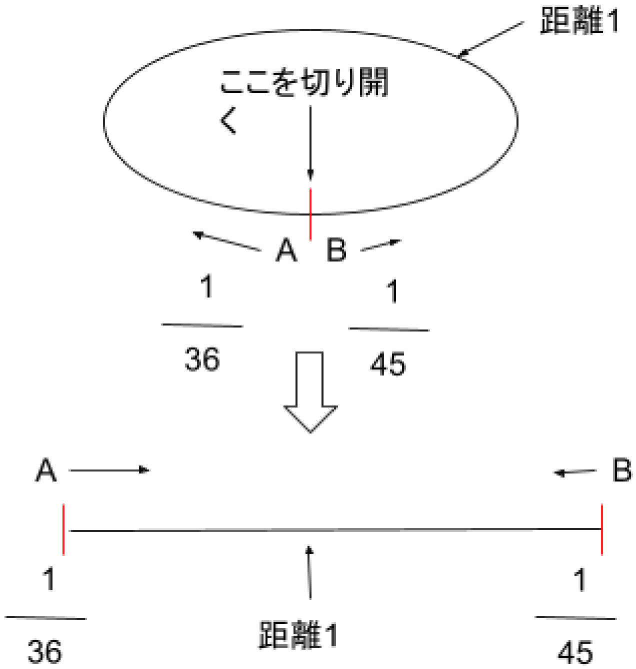
Aさんは36分かかるので、このときの分速は、

$1 \div 36 = \frac{1}{36}$となる。

Bさんは45分かかるので、こちらの分速は、

$1 \div 45 = \frac{1}{45}$となる。

ここで、今2人は逆方向に進んでいるので、2人の間の距離は1分間に、2人の速度の和だけ小さくなっていく。一直線上で考えると、少しわかりやすくなるかもしれない。



AさんとBさんの速度の和は、

$\frac{1}{36} + \frac{1}{45} = \frac{1}{20}$

2人で縮める距離は1なので、かかる時間は、

$1 \div \frac{1}{20} = 20$

よって答えは20分。

なお、初めに与える数だが、これは別に1でなくてもいい。たとえば、36と45の最小公倍数である180としておくと、面倒な分数の計算が省かれて、少しだけ計算が楽になったりもする。

距離を180とおいたとき、Aさんの分速は、
$180 \div 36 = 5$

Bさんの分速は、
$180 \div 45 = 4$

2人の速さの和は、
$5 + 4 = 9$

よってかかる時間は、
$180 \div 9 = 20$

と言った流れで、同じ答えが出せる。

1という置き方は割りといつでも使える万能なものだが、一方で大体の場面で分数が登場して、少しだけ計算が面倒になる。
一方で最小公倍数を用いる置き方は、最初に最小公倍数を求める必要があるものの、そのあとの計算がぐっと楽になる。3人目のCさんが登場したり、求めるべき数字が複雑になればなるほど、この恩恵は大きい。

ということで、特に何も思いつかないときは1でおいて、最小公倍数でいけそうだったら最小公倍数を使うという方針がオススメだ。

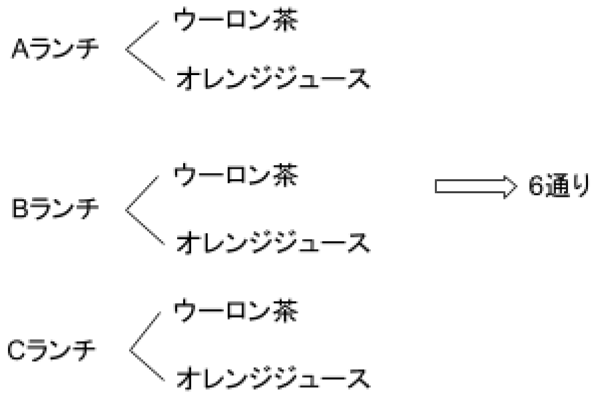
(8)

いろいろな解き方が考えられるが、ここでは樹形図を使って解いていく。

樹形図

・あるものが何通りあるかを数えるのに使う図
・根っこから枝分かれしていく様子が木に似ている
ため、樹形図とよばれる

例:「Aランチ、Bランチ、Cランチ」から1つ、
「ウーロン茶、オレンジジュース」から1つ選んだときの、セットメニューの作り方

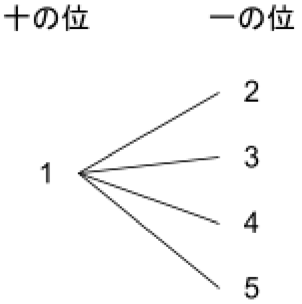


まず、十の位が1のときの整数の作り方を考えてみる。

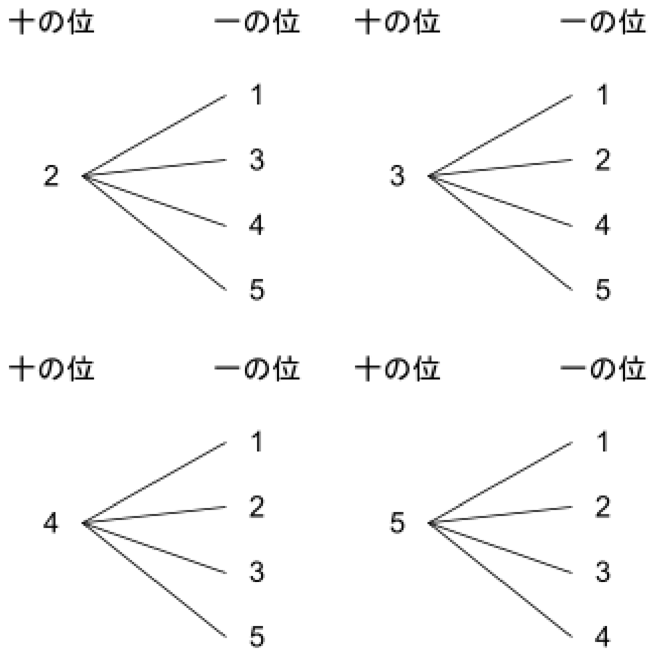
十の位

1

一の位には1以外の4枚をあてはめることができるので、できあがる整数は合計4通りとなる。



これは十の位が2,3,4,5のときも同じ整数の出来方をする。

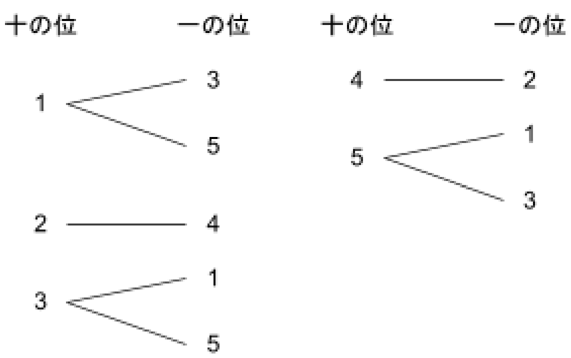


4通りが5つあるので、$4 \times 5 = 20$通りとなる。

さて、ここで少し同じタイプの応用問題について考えてみよう。正直なところ、この問題であれば全通り書かなくても、初めの1の段階で、残りの十の位もすべて同じ形であることに気づけたら、「4通りずつだから20通り」と考えてもよい。つまり、樹形図を描かなくても答えを求めることは可能だ。

じゃあ何のために樹形図があるのか？というと、ずばり、もっと複雑になった問題で効果を発揮するのが樹形図である、といえる。

たとえば、今回の問題が、「十の位と一の位の和が偶数になる2桁の整数」だったら以下のような図になる。



数えすぎや数えぬけを防止するために、何通りかを求める問題では積極的に利用しよう。

(9)

穴うめ算を使いながら解いていく。

上底を○cmとする。台形の面積は(上底+下底)×(高さ)÷2で計算できるので、

$(\circ+8)\times 5\div 2=35$

ここで、$(\circ+8)=\triangle$とする。

$\triangle\times 5\div 2=35$

$\triangle\times 5\times\dfrac{1}{2}=35$

$\triangle\times\dfrac{5}{2}=35$

$\triangle=35\div\dfrac{5}{2}=35\times\dfrac{2}{5}=14$

$\triangle=14$

最後に一時的に置き直した△を○に戻すと、

$\circ+8=14$

$\circ=14-8=6$

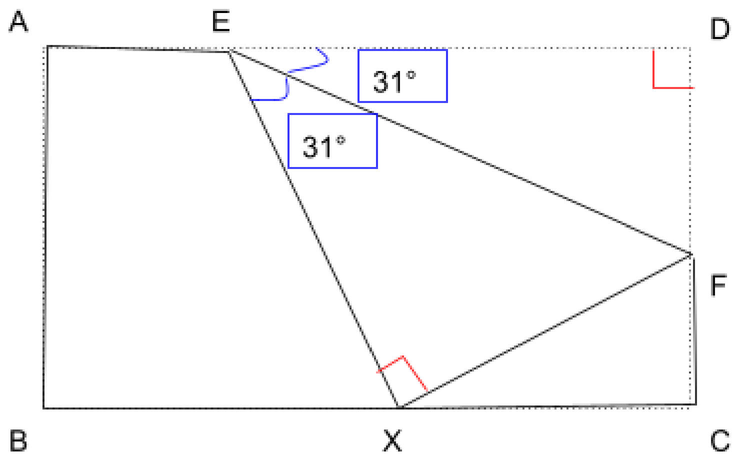
よって6cmが答えとなる。

このように、「わからないものをとりあえず記号でおいて、式を立ててみる」というのは、いろいろな問題で有効であることが多い。ぜひ練習しておこう。

(10)

図形の一部を折り曲げると、折れ線をはさんだ2つの角度が同じ大きさになることを利用する。

まずBとCの間にある元Dの点をXとする。最初に与えられた31°と長方形の直角を、それぞれ折れ線の反対側にかきこむと、以下のような図になる。

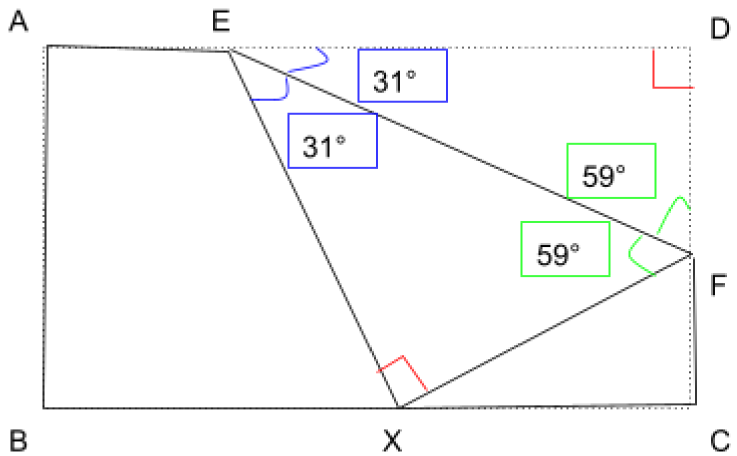


ここで⊿EXFに注目する。三角形の内角の和は180°なので、

$\angle EFX = 180^\circ - (31^\circ + 90^\circ) = 180^\circ - 121^\circ = 59^\circ$ となる。

さらに、この角度は折れ曲がる前は折れ線の反対側にあったはずなので、

$\angle EFD = 59^\circ$ も成りたつ。



最後に⊿CFXに注目する。

一直線の角度の和180°なので、F点のまわりに注目すると

$\angle CFX = 180^\circ - 59^\circ \times 2 = 180^\circ - 118^\circ = 62^\circ$

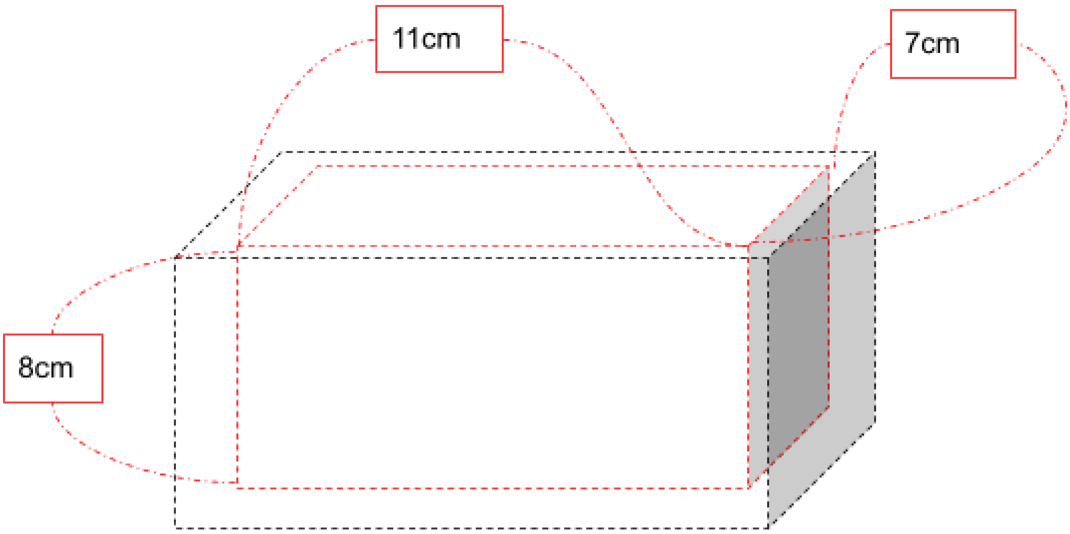
さらに、三角形の内角の和は180°なので、

$180^\circ - (62^\circ + 90^\circ) = 28^\circ$

よって、答えは28°

(11)

立体を想像して、何回分厚さを引けばよいのか考えよう。今回の問題では、以下のような状態になっている。



高さは元の長さから、下にある厚さ1回分の長さを引けばよいので、

$10-2=8(\mathrm{cm})$

横は元の長さから、左右にある厚さ2回分の長さを引けばよいので、

$15-2\times 2=11(\mathrm{cm})$

奥行きはもとの長さから手間と奥にある厚さ2回分の長さを引けばよいので、

$11-2\times 2=7(\mathrm{cm})$

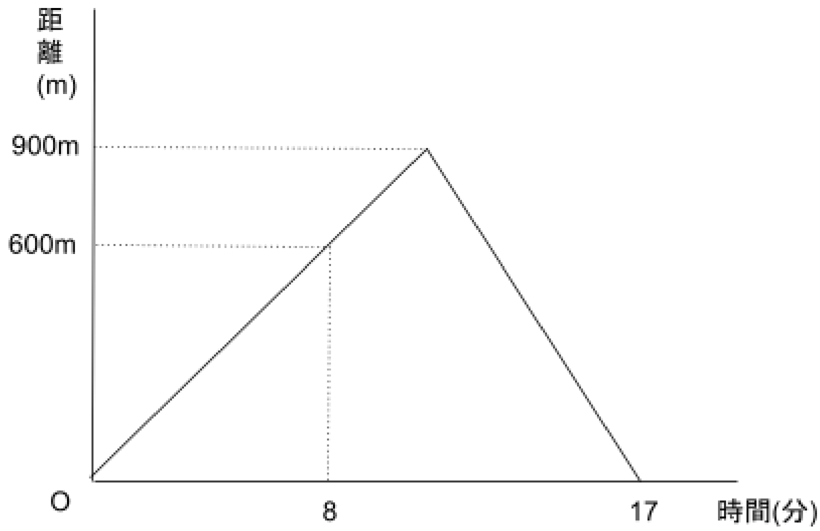
よって箱の容積は$7\times 11\times 8=616(\mathrm{cm}^3)$

3

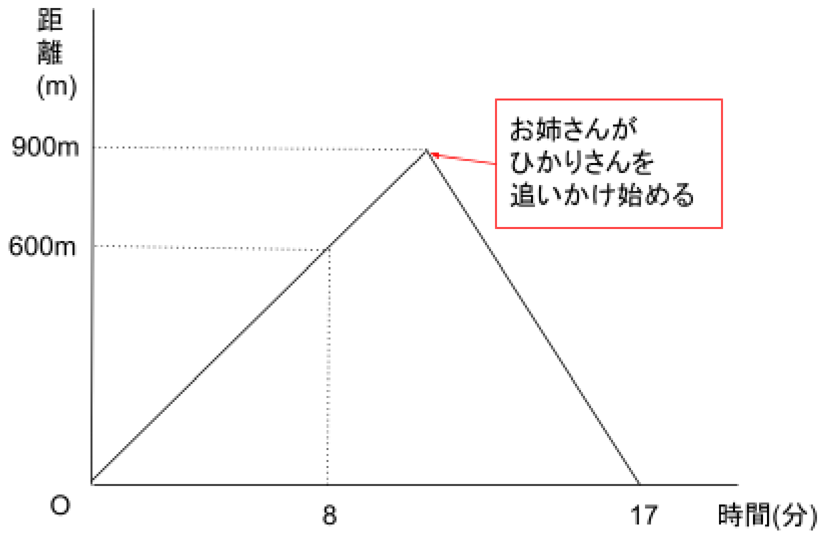
何かの変化が起きないとグラフは曲がらない。裏を返すと、グラフが曲がっている場所では何かが起きていると考えて、そこで何が起きたのかをしっかりと調べることが重要になってくる。
また、この問題では少しめずらしいことに、単純な場所や距離ではなく、”2人の間の距離”がグラフにかかれている。この点にも注意しておこう。

(1)

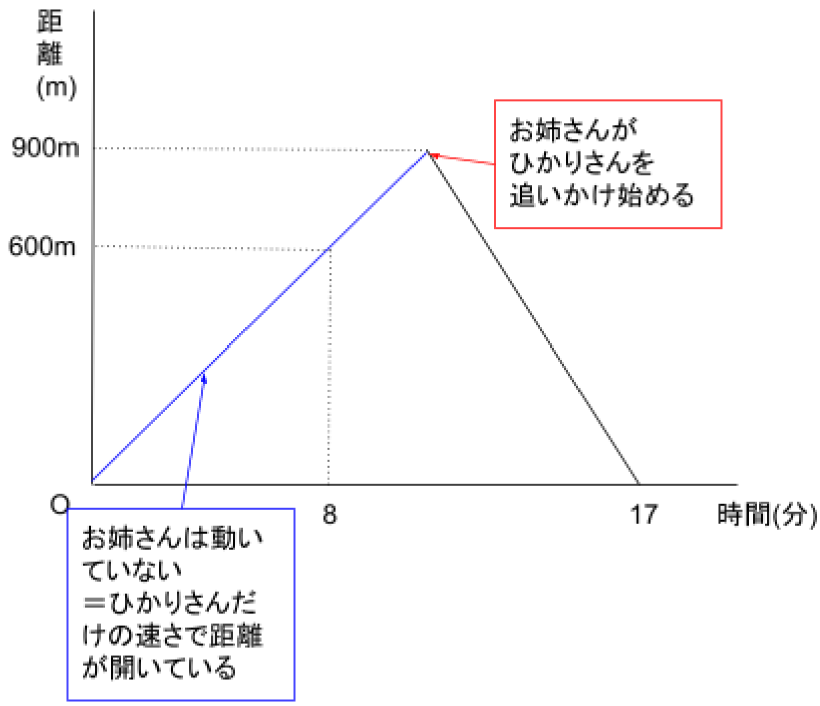
まず、問題に書いてある2人の間の距離と時間のグラフを見てみよう。



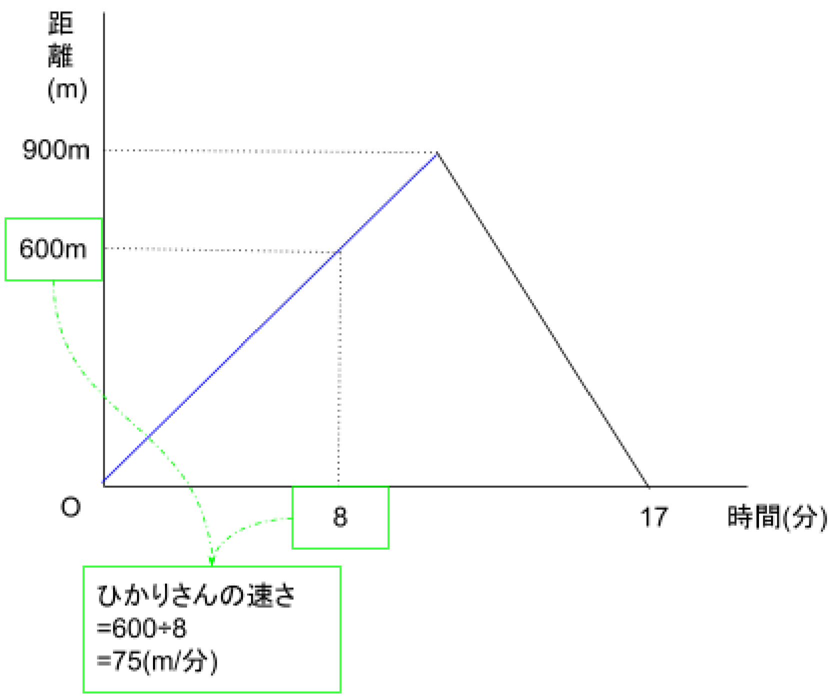
注目するポイントは、900mの場所だ。それまで開き続けていた2人の間の距離が、急に縮まり始めている。ひかりさんが引き返したわけではない以上、考えられる原因は一つ。お姉さんがひかりさんを追いかけ始めたのだ。



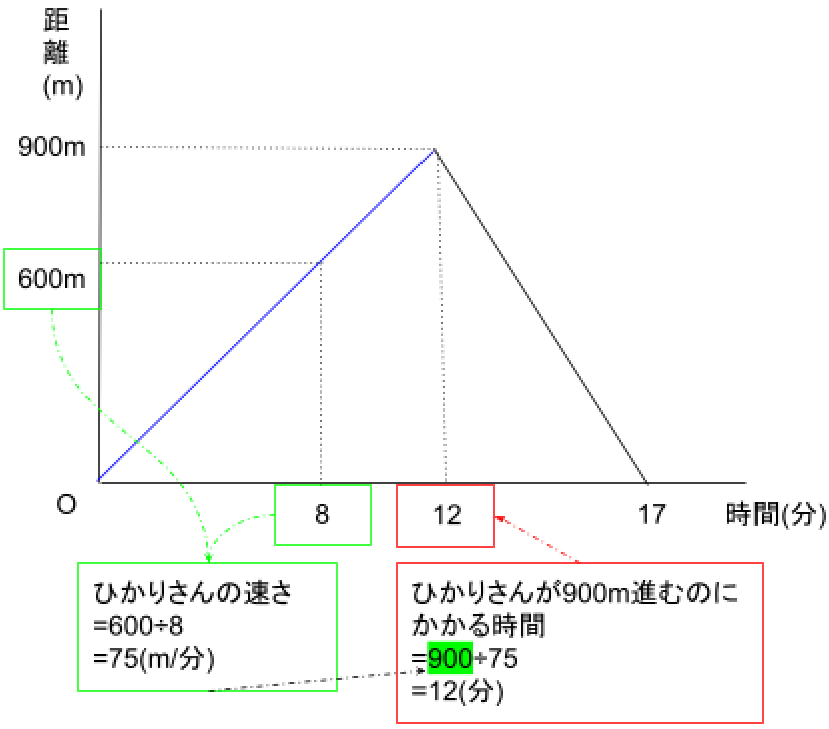
裏を返すと、2人の間の距離が900mになる前には、お姉さんは動いていなくて、ひかりさんだけが動いている。ここを見れば、ひかりさんの速さを求められるはずだ。



この時、ひかりさんは8分で600mすすんでいるため、
$600 \div 8 = 75$より、ひかりさんの速さは、分速75mだとわかる。



次に分速75mで歩くひかりさんが900m進むためには、
$900 \div 75 = 12$より、12分かかる。



この時点でお姉さんが家を出ているので、ひかりさんのお姉さんが家を出たのは、ひかりさんが出発してから12分後。つまり、午前8時12分である。

このように、<u>グラフが曲がっている場所には大体何かある</u>。いろいろな問題で通用する考え方なので、しっかりと覚えておこう。

(2)

旅人算と呼ばれるタイプの問題になる。

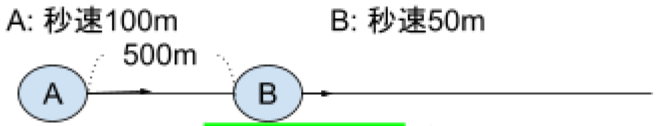
旅人算

・2人以上で追いかけたり、距離をつめたりするときの計算
・速さの和を使うか、差を使うかのどちらか

→和を使う場合
例：Aさんが秒速100m、Bさんが秒速50mで、お互いに向かいあって進んでいる。1500m詰めるときにかかる時間は？

2人は1秒間に、100 + 50 = 150mずつ縮めていく
1500 ÷ 150 = 10秒が答え

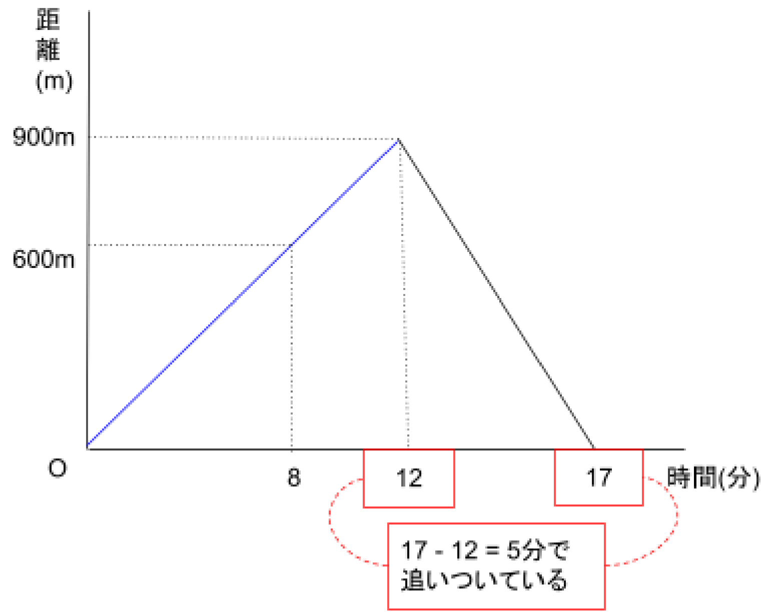
→差を使う場合
例：Aさんが秒速100m、Bさんが秒速50mで、同じ方向に進んでいる。2人の間の距離500m詰めるときにかかる時間は？



2人は1秒間に、100 - 50 = 50mずつ縮めていく
500 ÷ 50 = 10秒が答え

今回は2人が同じ方向に進んでいるので、差を使うパターンとなる。

(1)の答えから、お姉さんが追いかけ始めたのは12分のときで、グラフを見ると17分で追いついている。つまり5分間で900m間を縮めていることがわかる。



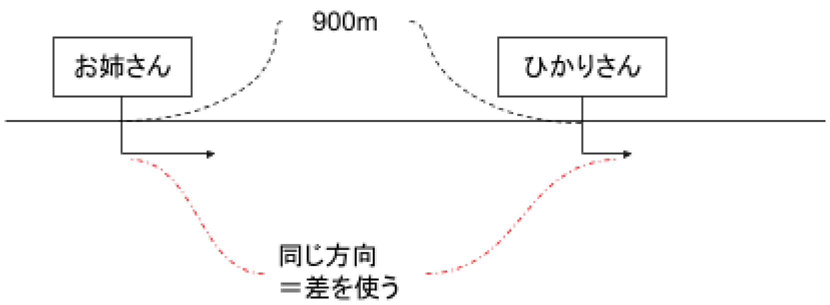
ここから1分間あたり、$900 \div 5 = 180\mathrm{m}$ずつ縮めていることがわかる。つまり、ひかりさんとの速さの差が180になるはずなので、お姉さんの速さを分速○mとすると

$\circ - 75 = 180$という式が成りたち、
$\circ = 180 + 75 = 255$となり、分速255mが答えとなる。

なお、解答では、分速105mが答えとなっているが、これはおそらく間違いである。ただ、全く根拠のない答えというわけではないので、理解を深めるためにも、最後にそちらを解説しておこう。

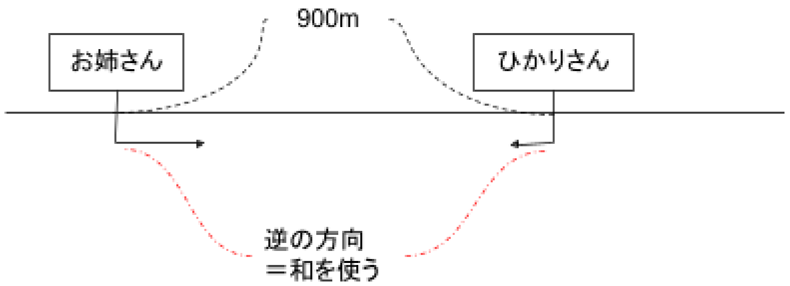
初めに結論をのべると、もし「ひかりさんが忘れ物に気づいて、お姉さんが出発したのと同じタイミングで、そのままの速さで引き返してきた」という条件だったら分速105mが答えで正しい。

先ほどは、ひかりさんが忘れ物に気づかず進んだ、つまり2人が同じ方向に進んでいるとして計算した。



この状況であれば、2人の間の距離は、2人の速さの差の分だけ縮まっていく。そのため、2人の速さの<u>差が180</u>になる。

一方で2人で向かい合って動くときは、2人の速さの和だけ距離が縮まっていく。そのため、2人の速さの<u>和が180</u>になる。



このとき、お姉さんの速さを分速○mとすると、
$\circ + 75 = 180$が成りたち、
$\circ = 180 - 75 = 105$となり、答えが分速105mになる。
このように、和と差は状況によって使い分ける必要がある。わりとややこしい問題もあるので、旅人算の問題を通して練習を重ねておこう。

$\boxed{4}$

かなり難しい問題である。この手の問題が出題された場合、まずは(1)や(2)など、前半の問題にていねいに取り組み、確実に点数を取ることを目標にしたい。可能であれば後半の問題に取り組んでもよいが、残り時間次第では、他の問題で計算などの見直しを行ったほうが、より良い可能性もある。日頃から、「この問題はどれくらい難しいのか？」を考えるクセをつけておくと、少し判断が楽になるだろう。

(1)

表が1回出るごとに、位置の表し方の左の数字が2増える。また裏が1回出るごとに位置の表し方の左の数字が1、右の数字が2増える。
今回は表が2回、裏が1回でているので、
左$= 2 \times 2 + 1 = 5$
右$= 2$
よって答えは$(5, 2)$

(2)

順番が入れ替わっても、<u>表と裏が出る回数さえ同じなら位置が同じになる</u>ことに注目する。例えば(表, 表, 裏, 表)と(裏, 表, 表, 表)はおなじく(7, 2)に行くはずである。よって、表と裏の回数に注目して、おはじきが止まる位置を考えていく。

表と裏が出る回数の組み合わせを考えると、
・表4回裏0回$= (8, 0)$
・表3回裏1回$= (7, 2)$
・表2回裏2回$= (6, 4)$
・表1回裏3回$= (5, 6)$
・表0回裏4回$= (4, 8)$
が答えとなる。

(3)

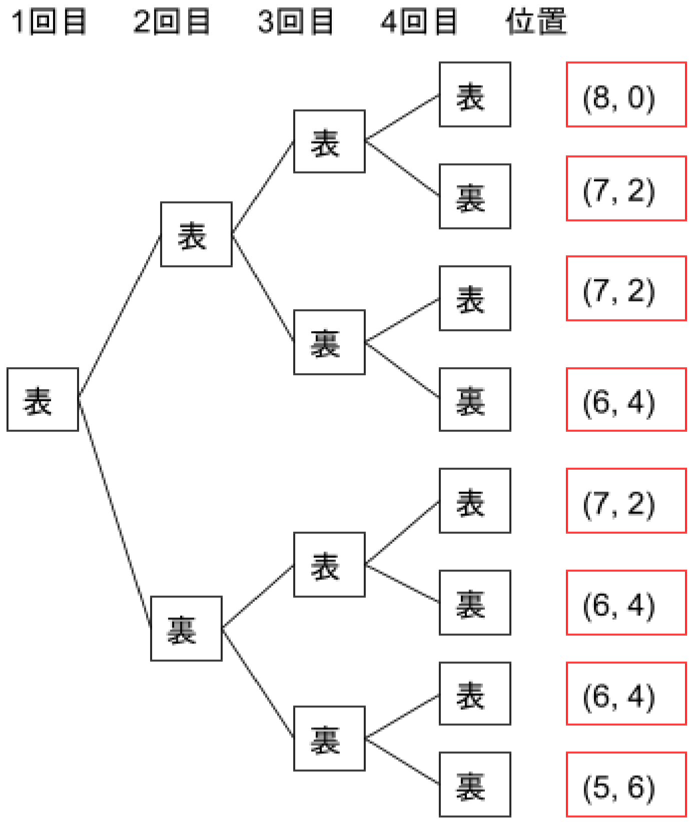
左の数字は表でも裏でも変わるが、<u>右の数字は裏でしか変わらない</u>ことに注目する。

右の数字が14になっているということは、裏は$14 \div 2 = 7$回出たと考えられる。全部で20回投げているので、表は$20 - 7 = 13$回出たことになる。

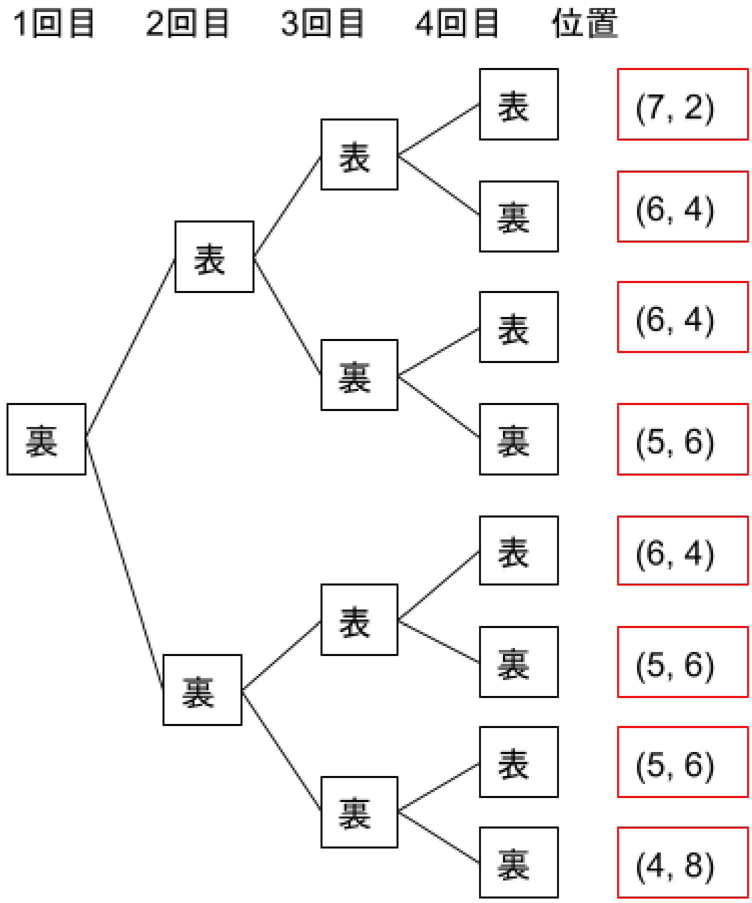
表が13回、裏が7回出たので、
$\square = 2 \times 13 + 1 \times 7 = 33$

(別解)
(2)は以下のように樹形図で考えても良い。樹形図は少し手間はかかるものの、ていねいに数えれば確実に解けるというメリットが有る。

1回目が表のとき、ありうるパターンは以下のようになる。



1回目が裏のとき、ありうるパターンは以下のようになる。



この中から問題の条件をみたすものを数えれば答えとなる。

なお、(3)は全部数えるには数が多すぎる(2×2×...2で2を20回かけた1048576通りになってしまう)ので、解答に使った方法がよい。